APLICACIÓN INFORMÁTICA PARA EL ANÁLISIS DE ENSAYOS DE FATIGA

Ramos A.*, Castillo E., López Aenlle M.*, Fernández Canteli A.***

*** Departamento de Construcción**
Universidad de Oviedo, Campus de Viesques, s/n, -Gijón.

****Departamento de Matemática Aplicada**
Universidad de Cantabria, Avda. de los Castros s/n, Santander.

Resumen. En este trabajo se presenta un programa para el análisis del campo S-N de ensayos de fatiga, basado en el modelo de Castillo et al., mediante implementación de MATLAB, como lenguaje de programación, y de GAMS (General Algebraic Modeling System), como herramienta específica de optimización. En la evaluación de los parámetros del modelo y, subsiguientemente, en la definición de los percentiles de vida en fatiga (curvas S-N isoprobabilísticas) se pueden considerar diferentes métodos de resolución. El modelo permite, asimismo, mediante simulación (bootstrap, análisis de sensibilidad de una variable y otras a elección del usuario), determinar los intervalos de confianza para un conjunto de resultados dado, así como analizar diferentes estrategias de programas de ensayos, en particular aquéllas que permiten una interacción continua, con intervención "en línea", sobre el plan de ensayos.

Abstract. This paper presents a software program for the analysis of the S-N field, based on the model of Castillo et al. , implemented by MATLAB, as a programming language, and GAMS (General Algebraic Modeling System), as a specific tool for optimization. In the evaluation of the model parameters and subsequent determination of the fatigue life percentiles (isoprobabilistic S-N curves) different solution procedures can be envisaged. Using different kinds of simulation techniques (bootstrap, sensitivity analysis and others to be choosen by the user) the model allows determining the confidence intervals for a given set of results, as well as to investigate different test program strategies, particularly, the ones allowing a continous interaction and "on line" interaction on the test planning.

1. INTRODUCCIÓN. EL CAMPO S-N

La fatiga debe ser considerada como uno de los modos de fallo determinantes a tener en cuenta en el diseño mecánico. Una de las formas de caracterizar el comportamiento a fatiga de elementos o prototipos es la fenomenológica, a través de la determinación de la vida a fatiga bajo rangos de tensión constante, cuyos resultados se representan como campo S-N, o campo de Wöhler, (ver figura 1) en el que se muestra la relación analítica existente entre la vida media a fatiga (número de ciclos, N) y el nivel de carga de amplitud constante (rango de tensión, $\Delta\sigma$).

A pesar de sus limitaciones, esta representación suele ser, recomendable, o al menos complementaria, debido a la complejidad inherente a los cálculos de otros análisis más directamente ligados a la Mecánica de la Fractura. El punto clave consiste en encontrar un modelo general que incluya también una definición probabilística, capaz de representar las distintas características de las curvas S-N para los diferentes materiales, que, a título de ejemplo, pueden o no, presentar un límite de fatiga o de endurancia (rango de tensión por debajo de la cual no se produce rotura por fatiga).

Una vez resuelto este problema, las curvas S-N facilitan los valores de cálculo, a utilizar en el análisis de vida en fatiga de amplitud constante, pero además constituyen la información básica para la predicción de vida bajo carga de amplitud variable, ya sea en la modalidad por bloques o como carga aleatoria.

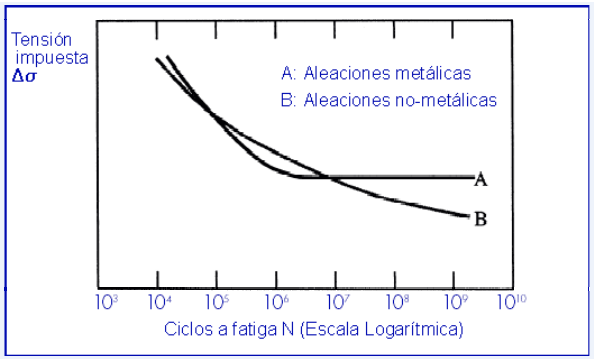


Fig. 1. Curvas S-N

2. EL MODELO DE CASTILLO ET AL.

Para definir el campo S-N se ha elegido el modelo de Castillo et al. [1], por entenderse que cumple los

requisitos tanto físicos y estadísticos exigibles a un modelo de estas características, dado que:

- Resulta de imponer únicamente una condición de obligada coherencia estadística, como es la de compatibilidad entre la función de distribución *E(N; Δσ)* que representa el número de ciclos *N* para un rango de tensiones *Δσ* dado, y la función *F(Δσ;N)* que representa el rango de tensiones para un número de ciclos supuesto fijo.

- Tiene en cuenta aspectos físicos del proceso de fatiga, como es la potencial existencia de un límite de endurancia y el carácter positivo de la vida a fatiga, *N*, y del nivel de tensión, *Δσ*.

- Permite la definición probabilística de la vida a fatiga a través de percentiles sobre todo el campo S-N.

- Presenta estabilidad asintótica, por lo que es aplicable a todo el rango de longitudes, desde infinitamente cortas a infinitamente largas.

- Permite la evaluación conjunta de resultados obtenidos con probetas de diferente longitud (admitiendo como válida la hipótesis de independencia entre las resistencias de las diferentes probetas).

- Considera en la evaluación todos los resultados de los ensayos, con rotura o sin rotura (datos censurados).

De todas estas condiciones se deduce que la solución del modelo debe pertenecer una familia de distribuciones de Weibull (problema de mínimos acotado inferiormente)lo que lleva a plantear la siguiente ecuación funcional, como resultado de la condición de compatibilidad:

$$\left[\frac{\log\Delta\sigma-\lambda(\log\Delta\sigma)}{\delta(\log\Delta\sigma)}\right]^{\beta(\log\Delta\sigma)}=\left[\frac{\log N-\lambda(\log N)}{\delta\log N}\right]^{\beta(\log N)} \quad (1)$$

de la que se derivan tres únicas posibles familias de soluciones [2, 3], dos de las cuales se desechan por su inconsistencia con la teoría de la Mecánica de la Fractura, resultando así, como única posible solución de la función de distribución:

$$E(\log N;\log\Delta\sigma)=1-exp\left[\left(\frac{(\log N-B)(\log\Delta\sigma-C)}{D}+E\right)^{A}\right] \quad (2)$$

En la que:*N* es la vida a fatiga medida en ciclos.
Δσ es el rango de tensión.
E(log N; log Δσ) es la f.d.d. de la probabilidad de fallo.
A, B, C ,D y E son los parámetros del modelo.

Con el siguiente significado:
C= Límite de fatiga o endurancia, representado por una asíntota horizontal.
B= Valor umbral o número límite de ciclos, representado por una asíntota vertical.
A= Parámetro de forma de la distribución de Weibull.
D = Parámetro de escala.
E= Parámetro que fija la posición de la curva límite o de probabilidad nula.

Los tres últimos parámetros (A, D y E) están relacionados con los parámetros de la distribución de Weibull normalizada.

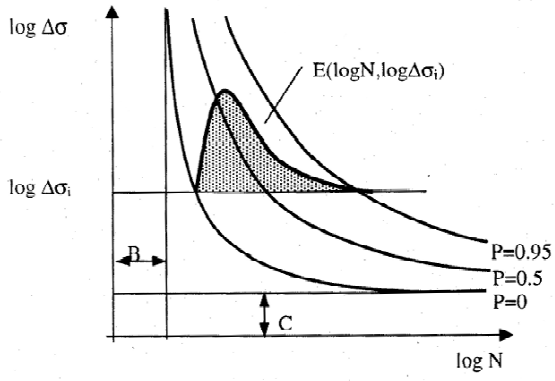


Fig. 2. Modelo de Castillo et al.

Como información de partida se disponen de parejas de número de ciclos-tensiones (N_i–$\Delta\sigma_i$), obtenidas mediante ensayos, que convenientemente tratados permiten estimar los 5 parámetros de modelo: A, B, C, D y E.

Uno de los posibles procedimientos a considerar consiste en maximizar la función de verosimilitud:

$$F_v=\sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{L_i}{L_o}\left[\frac{(N_i-B)(\Delta\sigma_i-C)}{D}+E\right]^{A}+\right.$$
$$\left.+\log\left[\frac{L_i}{L_o}\frac{A}{D}\left[\frac{(N_i-B)(\Delta\sigma_i-C)}{D}+E\right]^{A-1}(\Delta\sigma_i-C)\right]\right] \quad (3)$$

La estimación simultánea de todos los parámetros resulta considerablemente complicada, por problemas de convergencia, de precisión y de valores iniciales, por lo que es conveniente proceder a la deducción de los parámetros de acuerdo con los siguientes pasos:

- Estimación de los parámetros B y C (asíntota vertical y horizontal respectivamente), mediante una función de máxima verosimilitud simplificada.

- Normalización estadística de toda la muestra, mediante la definición de una nueva variable V=(log N–B)(log Δσ-C), con el fin de reducir a una única distribución los datos de los diferentes

rangos de tensión pertenecientes a distribuciones de Weibull con el mismo parámetro de forma, β, si bien con diferentes parámetros de localización, λ, y de escala δ.

- Estimación de los tres parámetros restantes (A, D y E) tras la aplicación de procedimientos estándar para determinar los parámetros de Weibull de la distribución normalizada resultante.

3. LA APLICACIÓN

3.1 Introducción

Para la realización de esta aplicación se ha utilizado la herramienta matemática MATLAB (MATrix LABoratory) como entorno de programación:

- MATLAB es un lenguaje de alto nivel para realizar cálculos técnicos. Integra computación, visualización y programación, en un entorno en el que los problemas matemáticos se resuelven con la notación habitual.

- MATLAB como herramienta matemática posee una gran potencia de cálculo numérico a la vez que flexible en su programación.

- Posee herramientas propias de optimización, aplicables a la resolución del modelo de Castillo et al. y permite la implementación de una interfaz gráfica con el usuario.

Debido al alto contenido en optimización de funciones complejas, tanto lineales como no lineales para resolver el modelo de Castillo et al. se propone GAMS (General Algebraic Modeling System) [4] como herramienta específica, siendo un lenguaje de programación que permite el modelado, análisis y resolución de diversos problemas de optimización, que presenta las siguientes ventajas:

- Adecuación para resolver problemas de pequeña o gran dimensión sin variación sustancial del código.

- El programador sólo precisa desarrollar la modelización del problema, pudiendo ignorar el funcionamiento interno del algoritmo de resolución.

- La representación en GAMS del problema de optimización coincide, prácticamente, con la descripción matemática del mismo, por lo que el código GAMS es fácilmente asequible para quiénes están familiarizados con la optimización

Para la realización de la aplicación se ha elegido el sistema operativo Windows 2000, aunque puede ejecutarse igualmente en LiNuX.

3.2 Descripción

La aplicación permite el análisis y simulación de ensayos de fatiga, para obtener el Campo S-N utilizando para ello el modelo de Castillo et al.

Las principales características son:

- Interacción intuitiva y gráfica con el usuario.

- Entrada de datos a través de un fichero de texto.

- Análisis de resultados de ensayos de fatiga mediante MATLAB y/o GAMS, aplicados al modelo de Castillo et al.

- Tres posibles tipos de actuación en relación con los resultados de ensayos de fatiga que permiten: determinación de intervalos de confianza, estudio de estrategias de ensayos, realización de un seguimiento "en línea" de un determinado plan de ensayos.

- Obtención de resultados de forma gráfica en distintos formatos (Solo texto, RTF, HTML).

3.3 Análisis de resultados de ensayos de fatiga

La aplicación recibe los datos iniciales de un archivo de texto alojados en forma tabular: el número de ciclos (N_i), la tensión a la que se ha realizado el ensayo ($\Delta\sigma_i$), la longitud de las probetas ensayadas y el carácter de dato censurado o no.

Un dato censurado es el obtenido de un ensayo en el que la probeta no ha llegado a romper, ya sea por por haber llegado al límite del número de ciclos fijado, o por otras razones accidentales. Aquí se puede ampliar el concepto de dato censurado al asociado a roturas prematuras o anómalas, que corresponden a mecanismos de rotura generados por condiciones tensionales, geométricas o microestructurales inaceptables, tales como roturas en la zona de anclaje, roturas debidas a defectos superficiales excepcionales, etc.

Tras un tratamiento previo de los datos (transformación de los datos, obtención de medias y desviaciones de los niveles a analizar, etc.), se seleccionan los niveles y/o los datos que se van a incorporar al análisis.

Posteriormente el usuario selecciona los métodos a utilizar durante el análisis. Ver Tabla 1.

Hay que tener en cuenta que tanto para la estimación de B y C (asíntotas vertical y horizontal, respectivamente), como para la de los parámetros A, D y E, relacionados con los de la distribución de Weibull normalizada es necesario introducir un valor inicial de los parámetros, dada la no-linealidad de las ecuaciones. Para la estimación de A, D y E se ha imple-

mentado la maximización de la función de verosimilitud en GAMS, ante la imposibilidad de realizarla con MATLAB.

Tabla 1. Métodos de análisis

ANÁLISIS	MATLAB	GAMS
Estimación inicial de B y C	Media y desviación de 2 niveles	
	Media de 3 niveles	
	Usuario	
Estimación de B y C	Min. función de 3 variables	Minimización de la función de 3 variables
	Min. función de 2 variables	
Estimación de A, D y E	Castillo-Hadi	Maximización de la función de verosimilitud
	Min. del error de beta en papel probabilístico	

La aplicación definirá el Campo S-N según los métodos elegidos por el usuario, mostrando en pantalla los datos experimentales a analizar y los valores de los datos censurados esperados, así como los parámetros obtenidos y las siguientes gráficas: campo S-N (asíntotas vertical y horizontal y curvas de isoprobabilidad para P = 0, P = 0.05, P = 0.5, y P = 0.9), f.d.d de Weibull ajustada a los resultados obtenidos, f.d.d de Weibull ajustada a los resultados obtenidos en papel probabilístico y, por último, evolución del error cometido en cada iteración.

3.4 Simulación de ensayos de fatiga

La aplicación permite realizar la simulación de ensayos de fatiga a partir de unos parámetros del modelo de Castillo et al., definidos mediante un análisis previo.

Los tipos de simulaciones a realizar son:

- BOOTSTRAP: Se simulan ensayos de fatiga en las mismas condiciones del programa de ensayos previo, en lo relativo a niveles de tensión y número de ensayos por nivel. Permite obtener el intervalo de confianza del análisis realizado.

- ELEGIDO POR EL USUARIO: El usuario elige el número de ensayos por nivel, el número de niveles, la tensión de cada nivel y el límite del número de ciclos considerado. Este tipo de simulación permite analizar distintas estrategias de ensayos (cluster, en cascada, mixta u otros) y deducir la más idónea. También permite hacer un seguimiento de una estrategia en curso.

- ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE UNA VARIABLE: Estudia la influencia de una variable en el análisis de ensayos de fatiga. Como posibles variables a considerar:

    - Tensión mínima.
    - Tensión máxima.
    - Número de niveles.
    - Número de ensayos por nivel.
    - Límite del número de ciclos.

Con este análisis se puede estudiar la repercusión de las posibles decisiones en un momento del programa de ensayos y adoptar la que proporciona mejores expectativas.

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

A continuación se presenta el análisis de un programa de ensayos de fatiga sobre probetas de hormigón en masa, realizado por Holmen [5].

Este programa consta de 75 ensayos distribuidos en 5 niveles, es decir, 15 ensayos por nivel (ver Tabla 2) y en él se estudia la influencia de los 2 últimos ensayos realizados al nivel de tensión más bajo, considerados como datos censurados, con el fin de observar, los valores esperados de rotura a fatiga que adoptan estos datos.

Tabla 2. Datos de Holmen.

i	Ciclos-Δσ	Tensión-N_i [MPa]
1	37	42.75
2	72	42.75
3	74	42.75
4	76	42.75
5	83	42.75
	…..	
25	451	40.50
26	457	40.50
27	509	40.50
28	540	40.50
29	680	40.50
	….	
41	3847	37.125
42	4110	37.125
43	4820	37.125
44	5560	37.125
45	5598	37.125
	….	
56	27940	33.75
57	36350	33.75
58	48420	33.75
59	50090	33.75
60	67340	33.75
	….	
71	1399830	30.375
72	1459140	30.375
73	3294820	30.375
74	**11784100**	**30.375**
75	**11784100**	**30.375**

Tras introducir los datos en la aplicación, se procede a seleccionar los niveles a analizar (en este caso, todos) y se eligen los métodos de análisis:

- Estimación inicial de B y C como media de tres niveles.
- Estimación de B y C mediante minimización de una función de tres variables.
- Estimación de A, D y E, utilizando el método Castillo-Hadi [6].

Durante el análisis, la aplicación irá mostrando los resultados obtenidos en cada iteración en las casillas correspondientes, así como la operación que está realizando en la barra de estado (parte inferior de la ventana) como se puede ver en la Fig. 3.

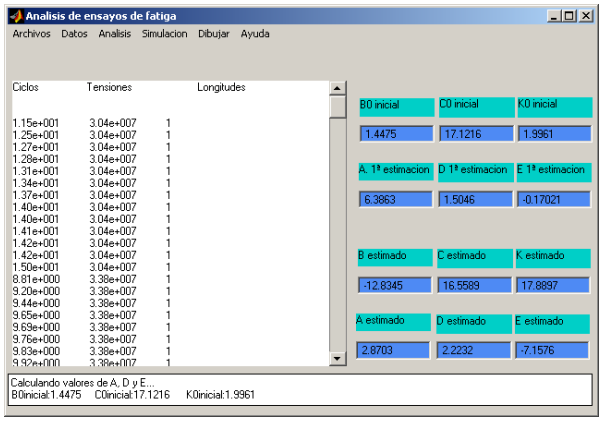


Fig. 3. Aplicación durante el análisis.

Al finalizar el análisis, la aplicación presentará las gráficas correspondientes al error cometido, el ajuste de los datos con la distribución de Weibull y el Campo S-N (Figuras 4 a 7).

Como se puede observar en la Figura 7, los datos censurados (o) han sido transformados a datos esperados (Δ).

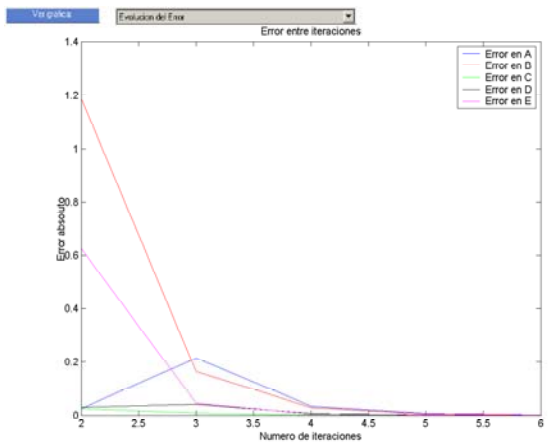


Fig. 4. Error cometido durante las iteraciones.

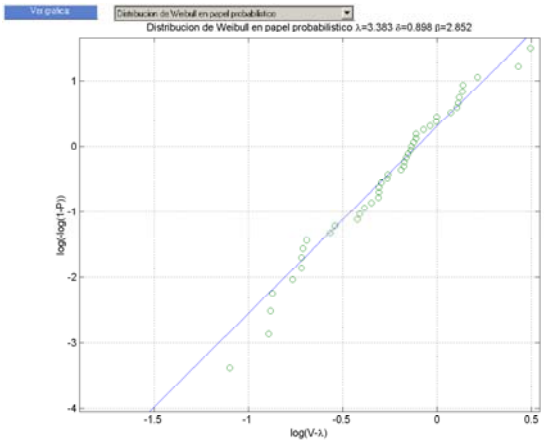


Fig. 5. Ajuste de los datos con la distribución de Weibull en papel probabilístico.

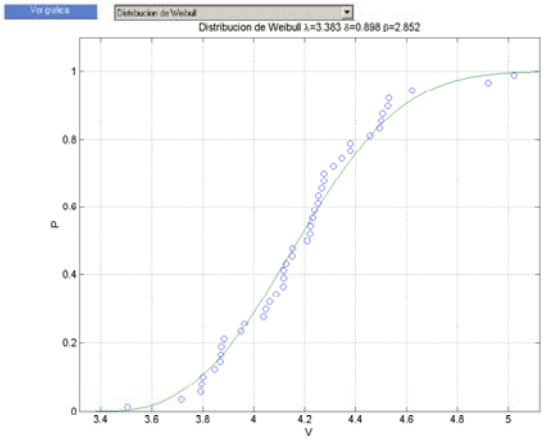


Fig. 6. Ajuste de los datos con la distribución de Weibull.

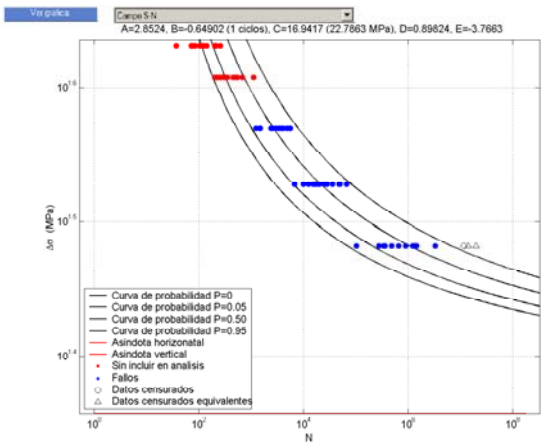


Fig. 7. Campo S-N.

5. CONCLUSIONES

- Se presenta una aplicación que permite analizar resultados de ensayos de fatiga, realizados a amplitud constante, así como simular resultados, pudiendo considerarse datos censurados y probetas de diferentes longitudes.

- La interacción con el usuario está implementada en MATLAB, mientras que el algoritmo de estimación de los parámetros se puede realizar indistintamente mediante el programa GAMS o con MATLAB, según conveniencia.

- Los métodos para la obtención de los parámetros A, D y E del modelo de Castillo et al. son sensibles a los valores iniciales elegidos.

- El programa GAMS permite una mayor rapidez en el análisis y una mayor precisión de los resultados obtenidos. Sin embargo, presenta como inconveniente su alta sensibilidad a los valores iniciales.

- La aplicación ha sido validada mediante programas experimentales de fatiga, tanto en lo referente al análisis como a la simulación.

- La aplicación ofrece una importante ayuda en la planificación de los programas experimentales de fatiga, incluyendo la posibilidad de modificaciones en curso, pero, en cualquier caso, corresponde al investigador la interpretación de los resultados del programa.

REFERENCIAS

[1] M. López Aenlle, A. Fernández Canteli, M.J. Lamela Rey, E. Castillo Ron. "Estrategia para la planificación de ensayos en programas experimentales de fatiga", en Anales de Mecánica de la Fractura, Vol 18, 367-374, 2001.

[2] E. Castillo, R. Ruiz Cobo. "Ecuaciones funcionales y modelización en Ciencia, Ingniería y Economía", Editorial Reverté, 1993.

[3] E. Castillo, J. Galambos. "Lifetime Regression Models Based on a Functional Equation of Physical Nature". J.Appl. Prob. 24, 160-169, 1987.

[4] E. Castillo, A. J. Conejo, P. Pedregal, R. García y N. Alguacil. "Formulación y Resolución de Modelos de Programación Metmática en Ingeniería y Ciencia. Universidad de Castilla-La Mancha, 2002.

[5] J.O. Holmen. "Fatigue of Concrete By Constant and Variable Amplitude Loading". Tesis Doctoral, University of Trondheim, Norway, 1979.

[6] E. Castillo, A.S. Hadi. "Modeling Lifetime Data with Application to Fatigue Models". J. Amer. Statist. Association, Vol. 90, No, 431, 1041-1054, 1995.